MATEMATIK TUSHUNCHALARNI SHAKLLANTIRISHDA O‘QUVCHILARNING TANQIDIY VA MANTIQIY FIKRLASH KO‘NIKMALARINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI

Inomjonova Barnoxon Tel’manjon qizi
Qo‘qon Universiteti
barnoinomjonova3@gmail.com

Annotatsiya. *Maqolada matematik tushunchalarni shakllantirish jarayonida o‘quvchilarning tanqidiy va mantiqiy fikrlash ko‘nikmalarini rivojlantirishning metodik modeli asoslanadi. R. Paul va L. Elderning tafakkur elementlari hamda intellektual standartlar konsepsiyasi tushunchani o‘zlashtirishning besh bosqichi bilan uyg‘unlashtirilgan. Modelning didaktik vositalari sifatida Sokratik dialog, qarama-qarshi misol, provokatsion xato va fazoviy modellashtirish taklif etilgan. Natijalar matematika o‘qituvchilari va metodistlari uchun amaliy tavsiya sifatida foydalanilishi mumkin.*

Kalit so‘zlar: *matematik tushuncha, tanqidiy fikrlash, mantiqiy fikrlash, Paul–Elder modeli, Sokratik dialog, qarama-qarshi misol.*

Аннотация. *В статье обосновывается методическая модель развития навыков критического и логического мышления учащихся при формировании математических понятий. Элементы мысли и интеллектуальные стандарты Р. Пола и Л. Элдер согласованы с пятью этапами формирования понятия. В качестве дидактических средств предложены сократический диалог, контрпример, провокационная ошибка и пространственное моделирование, а также критерии оценивания. Результаты могут быть использованы учителями математики и методистами.*

Ключевые слова: *математическое понятие, критическое мышление, логическое мышление, модель Пола–Элдер, сократический диалог, контрпример.*

Abstract. *The article substantiates a methodological model for developing students’ critical and logical thinking during the formation of mathematical concepts. The Paul–Elder elements of thought and intellectual standards are aligned with five stages of concept formation. Socratic dialogue,*

counterexamples, provocative errors and spatial modelling are proposed as instructional tools, and assessment criteria are outlined.

Keywords: *mathematical concept, critical thinking, logical thinking, Paul–Elder model, Socratic questioning, counterexample.*

1. KIRISH

Matematika ta’limida tushunchalar bilimning tayanch «g‘ishtlari» hisoblanadi: son, kasr, figura, tenglama kabi tushunchalarni qanday o‘zlashtirishi o‘quvchining keyingi mavzularni tushunishini belgilaydi. Amaliyotda esa tushuncha ko‘pincha tayyor ta’rif sifatida yodlatiladi. Skemp (1976) bunday o‘zlashtirishni «instrumental tushunish» (o‘quvchi qoidani qo‘llaydi, lekin nima uchunligini bilmaydi), mazmunini anglashni esa «relyatsion tushunish» deb atagan. Relyatsion tushunish o‘quvchidan eslab qolishni emas, balki taqqoslash, asoslash va baholash kabi fikrlash amallarini talab qiladi.

Tall va Vinner (1981) o‘quvchi ongida tushunchaning rasmiy ta’rifi bilan bir qatorda «tushuncha obrazi», ya’ni misollar, rasmlar va shaxsiy tajribadan iborat tasavvur shakllanishini ko‘rsatgan. Bu ikki tuzilma o‘rtasidagi nomuvofiqlik tipik xatolar manbaiga aylanadi: masalan, o‘quvchi kvadratni «to‘g‘ri to‘rtburchak emas» deb hisoblaydi, chunki uning tayanch obrazi cho‘zinchoq shakldir. Sfard (1991) tushuncha avval jarayon (amal), keyin obyekt sifatida anglanishini ta’kidlaydi; bu o‘tish o‘z-o‘zidan kechmaydi va fikrlashni faol boshqarishni talab qiladi. Vygotskiy (1978) ilmiy tushunchalar bolada faqat o‘qituvchi bilan hamkorlikdagi faoliyat jarayonida shakllanishini asoslagan.

Tanqidiy fikrlash g‘oyasi Dyui (1933) tomonidan «mulohazali fikrlash» sifatida ilgari surilgan; Ennis (1987) uni nimaga ishonish va nima qilishni hal qilishga qaratilgan oqilona fikrlash deb ta’riflagan. Facione (1990) rahbarligidagi Delfi tadqiqotida ekspertlar tanqidiy fikrlashning asosiy ko‘nikmalari sifatida talqin, tahlil, baholash, xulosa chiqarish, tushuntirish va o‘z-o‘zini boshqarishni ajratgan. Paul va Elder (2014) bu g‘oyalarni o‘quvchi va o‘qituvchi kundalik ishida qo‘llay oladigan amaliy tizimga — tafakkur elementlari, intellektual standartlar va intellektual fazilatlarga — aylantirgan. Ularning fikricha, har qanday fikrlash maqsad, muammoli savol, ma’lumot, talqin, tushunchalar, farazlar, oqibatlar va nuqtai nazardan iborat sakkiz elementga ega bo‘lib, sifati aniqlik, to‘g‘rilik, dolzarblik, chuqurlik, kenglik, mantiqiylik kabi standartlar bilan baholanadi.

Tadqiqot muammosi. Tanqidiy fikrlash bo‘yicha ishlar odatda umumiy xarakterga ega, matematik tushunchalarni shakllantirish metodikasi esa fikrlash

tizimidan alohida ko‘rib chiqiladi. Ko‘rib chiqilgan adabiyotlarda Paul–Elder tizimining har bir elementini tushunchani o‘zlashtirish bosqichlariga izchil bog‘lovchi metodik model yetarli darajada ishlab chiqilmagani ko‘zga tashlanadi. Maqolaning maqsadi shunday modelni nazariy asoslash va uni amaliy vositalar bilan boyitishdir. Tadqiqot savollari: (1) tafakkur elementlari tushuncha shakllanishining qaysi bosqichida qanday vazifa bajaradi; (2) qaysi metodik usullar bu elementlarni sinfda faollashtiradi; (3) natijani qaysi mezonlar bilan baholash mumkin.

2. METODLAR

Tadqiqot nazariy-tahliliy va loyihalash xarakteriga ega. Birinchidan, Paul va Elder (2014) kitobidagi tafakkur elementlari, intellektual standartlar va fazilatlar, shuningdek, Facione (1990), Ennis (1987) va Halpern (2014) asarlari mazmun tahlili usuli bilan o‘rganildi. Ikkinchidan, tushunchani o‘zlashtirish nazariyalari (Vygotskiy, 1978; Skemp, 1976; Tall va Vinner, 1981; Sfard, 1991; Lakatos, 1976; Freudenthal, 1991) qiyosiy tahlil qilindi va ularning umumiy nuqtalari asosida tushunchani shakllantirishning besh bosqichi ajratildi: (1) kuzatish va tajriba; (2) muhim belgilarni ajratish va ta’riflash; (3) tasniflash va chegaraviy holatlarni tekshirish; (4) qo‘llash va asoslash; (5) refleksiya, ya’ni fikrni qayta ko‘rib chiqish.

Uchinchidan, tafakkur elementlari va tushuncha bosqichlari o‘zaro moslashtirilib, model va metodik vositalar loyihalandi. Namunaviy misollar maktab matematikasi mazmunidan (kasr, to‘rtburchaklar tasnifi, ko‘paytirish) tanlandi. Modelning asosliligi nazariy manbalarga muvofiqlik va ichki mantiqiy izchillik mezonlari bo‘yicha tekshirildi. Bu maqola doirasida empirik tajriba o‘tkazilmagan; uni sinovdan o‘tkazish dizayni Muhokama bo‘limida keltirilgan.

3. NATIJALAR

3.1. Modelning tuzilishi

Modelning markaziy g‘oyasi shuki, tushuncha bosqichi o‘qituvchi topshirig‘i bilan emas, balki o‘quvchining fikrlash harakati bilan belgilanadi. Har bir bosqichda tafakkurning muayyan elementlari yetakchilik qiladi:

1) Kuzatish va tajriba — yetakchi elementlar: ma’lumot va maqsad. O‘quvchi nimani kuzatayotganini aytadi, faktni o‘z talqinidan ajratadi (standartlar: aniqlik, to‘g‘rilik).

2) Belgilarni ajratish va ta’riflash — tushunchalar va talqin. O‘quvchi ta’rifni o‘z so‘zlari bilan tuzadi, atamalarning aniq ma’nosini belgilaydi (aniqlik, mantiqiylik).

3) Tasniflash va chegaraviy holatlar — farazlar va nuqtai nazar. Yashirin farazlar ochib beriladi, ta'rifga «zo'rg'a mos keladigan» misollar tekshiriladi (chuqurlik, kenglik).

4) Qo'llash va asoslash — xulosa va oqibatlar. Ta'rifdan kelib chiqadigan xossalar aniqlanadi, fikr dalil bilan mustahkamlanadi (mantiqiylik, dolzarblik).

5) Refleksiya — barcha elementlar. O'quvchi fikri nima uchun o'zgarganini tushuntiradi (intellektual kamtarlik, mustaqillik, qat'iyat).

1-jadvalda tafakkur elementlarining tushunchani shakllantirishdagi vazifasi «kasr» tushunchasi misolida keltirilgan.

1-jadval. Tafakkur elementlarining matematik tushunchani shakllantirishdagi vazifasi

Tafakkur elementi	**Tushunchani shakllantirishdagi yo'naltiruvchi savol**	**Misol: «kasr» tushunchasi**
Maqsad	Bu tushuncha nima uchun kerak, qaysi vazifani hal qiladi?	Butunning teng bo'laklarini aniq ifodalash
Muammoli savol	Tushuncha mohiyatini ochadigan qanday savol qo'yilgan?	1/2 va 2/4 bir xil miqdormi?
Ma'lumot	Qaysi kuzatuv va faktlarga tayanamiz?	Qog'oz, doira va chiziq modellarida bo'laklash natijalari
Talqin va xulosa	Kuzatuvdan qanday xulosa kelib chiqadi, u yagonami?	Bo'laklar soni o'zgarsa ham, miqdor o'zgarmasligi mumkin
Tushunchalar	Qaysi atama va ta'riflar ishlatilmoqda, ular aniqmi?	«Teng bo'lak», «surat», «maxraj»
Farazlar	Isbotsiz nimani qabul qilyapmiz?	Bo'laklar teng deb hisoblanishi
Oqibatlar	Ta'rif qabul qilinsa, qanday natijalar kelib chiqadi?	Kasrlarni taqqoslash va qo'shish qoidalari
Nuqtai nazar	Tushunchaga yana qanday qarash mumkin?	Kasr — qism, bo'linma va sonlar o'qidagi nuqta

3.2. Metodik vositalar

Sokratik dialog. Paul va Elder (2006) Sokratik savollarni aniqlashtirish, farazlarni tekshirish, dalil so'rash, boshqa nuqtai nazarlarni ko'rish, oqibatlarni aniqlash va savolning o'zini tahlil qilish turlariga ajratadi. O'qituvchi tayyor javob bermaydi, balki «Buni qanday bilasan?», «Agar shart o'zgarsa-chi?», «Qaysi hol bu fikrni rad etadi?» kabi savollar bilan o'quvchini o'z fikrini asoslashga yo'naltiradi. Masalan, «ko'paytirish har doim sonni kattalashtiradi»

degan fikr bo‘yicha dialog o‘quvchini 6 · ½ = 3 misoli orqali farazning chegarasini o‘zi topishga olib keladi.

Qarama-qarshi misol. Lakatos (1976) matematik bilim rad etishlar va ta’riflarni takomillashtirish orqali rivojlanishini ko‘rsatgan. Sinfda bu «umumiy qoida — uni rad etuvchi bitta misol» juftligi orqali amalga oshadi. «Diagonallari teng har qanday to‘rtburchak to‘g‘ri to‘rtburchakdir» degan da’vo teng yonli trapetsiya orqali rad etiladi va o‘quvchi ta’rifga qo‘shimcha shart zarurligini anglaydi.

Provokatsion xato. O‘qituvchi ataylab noto‘g‘ri xulosani «boshqa sinf o‘quvchisining fikri» sifatida taqdim etadi, masalan: «1/3 > 1/2, chunki 3 > 2». O‘quvchilar xato manbaini topadi: bu yerda butun sonlar qoidasi kasrga asossiz ko‘chirilgan, ya’ni yashirin faraz noto‘g‘ri. Usul o‘quvchini o‘z xatosini emas, «begona» fikrni tahlil qilishga undagani uchun psixologik xavfsizdir va tanqidiy nuqtai nazarni mashq qildiradi.

Fazoviy modellashtirish. Qog‘oz taxlash, geoplan, sonlar o‘qi va chizmalar tafakkurning «ma’lumot» elementini ko‘rinadigan qiladi. Tanqidiy komponent shundaki, o‘quvchi modelning cheklovini ham baholaydi: doira modeli 1/2 va 2/4 tengligini ko‘rsatadi, lekin kasrning sonlar o‘qidagi joyini ko‘rsatmaydi, shuning uchun bir nechta modelni taqqoslash zarur.

3.3. Namunaviy dars fragmenti: «Kvadrat to‘g‘ri to‘rtburchakmi?»

Savol o‘quvchilarning kundalik tajribasi bilan ta’rif o‘rtasidagi ziddiyatni ochadi. Fragment quyidagicha tuziladi: (1) o‘quvchilar geoplanda turli to‘rtburchaklar yasab, burchaklarni burchak andazasi bilan tekshiradi; (2) har bir o‘quvchi «to‘g‘ri to‘rtburchak» ta’rifini yozadi va juftlikda tenglashtiradi; (3) 4×4 katakli to‘rtburchak qaysi ta’rifga mos kelishi so‘raladi, shu paytda «tomonlari turlicha bo‘lishi shart» degan yashirin faraz aniqlanadi; (4) kvadrat to‘g‘ri to‘rtburchak sifatida uning barcha xossalarini, jumladan, diagonallar tengligini «meros qilib olishi» asoslanadi; (5) refleksiyada o‘quvchi «Fikrim nima uchun o‘zgardi? Qaysi dalil menga ta’sir qildi?» savollariga javob beradi. Bunda kundalik til («to‘g‘ri to‘rtburchak» — cho‘zinchoq shakl) va matematik ta’rif farqlanadi, ya’ni tushuncha obrazi va ta’rif o‘rtasidagi tafovut (Tall va Vinner, 1981) ongli ravishda bartaraf etiladi.

3.4. Sokratik dialog namunasi: «Ko‘paytirish sonni kattalashtiradimi?»

Quyidagi qisqa dialog 5-sinfda kasrlarni ko‘paytirish mavzusida qo‘llanishi mumkin va tafakkurning farazlar, dalil hamda oqibatlar elementlarini ketma-ket faollashtiradi.

O‘qituvchi: 4 · 3 ko‘paytmasi 4 dan katta ekanini qanday bilasan? — O‘quvchi: Chunki 4 ni uch marta qo‘shamiz. — O‘qituvchi: Demak, ko‘paytirish har doim sonni kattalashtiradimi? — O‘quvchi: Ha, doim. — O‘qituvchi: Bu fikringga qanday dalil bor va u qaysi sonlar uchun tekshirilgan? — O‘quvchi: Faqat butun sonlar uchun. — O‘qituvchi: Unda 6 ni ½ ga ko‘paytirib ko‘r-chi. — O‘quvchi: 3 chiqdi, u 6 dan kichik! — O‘qituvchi: Fikringda qaysi yashirin faraz bor edi? — O‘quvchi: Ko‘paytiruvchi har doim 1 dan katta deb o‘ylagan ekanman.

Dialogda o‘qituvchi biror xulosani o‘zi aytmaydi: u faqat dalilni, tekshirish doirasini va yashirin farazni so‘raydi. O‘quvchi esa umumlashtirishni o‘zi cheklaydi va «ko‘paytiruvchi 1 dan kichik bo‘lsa, ko‘paytma kamayadi» degan yangi, aniqroq xulosaga keladi. Shu tarzda mantiqiy fikrlash (umumlashtirish, rad etish, shartni aniqlash) tanqidiy fikrlash (farazni baholash) bilan bir jarayonda rivojlanadi.

3.5. Baholash mezonlari

Paul va Elder standartlari asosida tushuncha o‘zlashtirilishi 2-jadvaldagi ko‘rsatkichlar bo‘yicha uch darajada baholanadi.

2-jadval. Tushuncha o‘zlashtirilishini baholash rubrikasi

Ko‘rsatkich	Boshlang‘ich daraja	O‘rta daraja	Yuqori daraja
Aniqlik	Ta’rifni eslaydi, atamalarni aralashtiradi	Ta’rifni o‘z so‘zlari bilan aytadi	Ta’rifni aniq tuzadi, atamalarni to‘g‘ri qo‘llaydi
Asoslilik	Fikrini dalilsiz aytadi	Bitta misol yoki chizma keltiradi	Fikrni bir nechta dalil bilan tasdiqlaydi
Mantiqiylik	Xulosa shartdan kelib chiqmaydi	Xulosa qisman izchil	Xulosa izchil, ziddiyatsiz
Chuqurlik va kenglik	Faqat tanish misollarni ko‘radi	Bitta chegaraviy holatni tekshiradi	Chegaraviy holat va muqobil talqinlarni ko‘radi
Refleksivlik	Xatosini sezmaydi	Xatosini ko‘rsatilganda tuzatadi	Xatosini o‘zi topib, fikrini asosli o‘zgartiradi

4. MUHOKAMA

Taklif etilgan model Skemp (1976) ajratgan relyatsion tushunishni ta’minlashga xizmat qiladi: har bir bosqichda o‘quvchi qoidani emas, uning sababini izlaydi. Tafakkur elementlari Facione (1990) keltirgan ko‘nikmalar bilan mazmunan mos keladi: masalan, «ma’lumot» va «talqin» elementlari interpretatsiya va tahlilga, «oqibatlar» xulosa chiqarishga, refleksiya esa o‘z-o‘zini boshqarishga yaqin. Modelning yangiligi shundaki, ular alohida ko‘nikmalar sifatida emas, tushuncha shakllanishining izchil bosqichlari ichiga joylashtirilgan.

Modelning cheklovlari ham mavjud. Birinchidan, tanqidiy fikrlashni umumiy ko‘nikma sifatida o‘qitish samaradorligi munozarali: Willingham (2007) uning fan bilimiga bog‘liqligini ta’kidlaydi. Shu sababli model umumiy mashqlar sifatida emas, aynan matematik mazmun ichida qo‘llanadi. Ikkinchidan, model empirik sinovdan o‘tkazilmagan. Uni sinash uchun 4–6 haftalik pedagogik tajriba loyihalanadi: tajriba va nazorat sinflari, dastlabki va yakuniy kesim, asoslashni talab qiladigan ochiq topshiriqlar hamda 3.5-bo‘limdagi rubrika; natijalar mos statistik mezonlar (masalan, Mann–Uitni) bilan solishtiriladi. Uchinchidan, usullar o‘qituvchining o‘zi tanqidiy fikrlash madaniyatiga ega bo‘lishini talab qiladi; aks holda Sokratik dialog savol-javob mashqiga aylanib qoladi.

Modelni boshqa yondashuvlar bilan solishtirish ham foydali. Polya (1945) masala yechishning bosqichlarini (tushunish, reja tuzish, bajarish, tekshirish) ta’riflagan; bizning modelimiz esa masala emas, tushuncha shakllanishiga qaratilgan va tekshirish bosqichini Paul–Elder standartlari orqali kengaytiradi. Facione (1990) ko‘nikmalarni umumiy ro‘yxat sifatida beradi, Halpern (2014) esa ularni ko‘chirish (transfer) masalasiga urg‘u beradi; taklif etilgan model bu ko‘nikmalarning aynan matematik tushunchalar mazmunida qanday ko‘rinishini konkretlashtiradi. Shuningdek, provokatsion xato va qarama-qarshi misol usullari o‘qituvchi uchun diagnostik vosita ham bo‘ladi: ular o‘quvchi ongidagi tushuncha obrazining qaysi qismi ta’rifga zid ekanini ko‘rsatadi.

Amaliy tavsiyalar: (a) har bir yangi tushunchada kamida bitta qarama-qarshi misol va bitta provokatsion xatoni rejalashtirish; (b) o‘quvchi javobini baholashda «to‘g‘ri/noto‘g‘ri» bilan cheklanmay, asoslash sifatini ko‘rish; (c) tanqidiylikni shubha emas, adolatli va asosli baholash sifatida tushuntirish, chunki Paul va Elder (2014) intellektual kamtarlik va adolatlilikni fikrlash fazilatlarining tarkibiy qismi deb hisoblaydi.

5. XULOSA

Tadqiqot natijasida Paul–Elder tafakkur elementlari matematik tushunchani shakllantirishning besh bosqichi bilan bog‘landi va har bir bosqich uchun yetakchi elementlar hamda intellektual standartlar aniqlandi. Sokratik dialog, qarama-qarshi misol, provokatsion xato va fazoviy modellashtirish tushunchani yodlatishdan uni asoslab anglashga o‘tishni ta’minlaydigan vositalar sifatida asoslandi. Taklif etilgan baholash mezonlari o‘qituvchiga natijani aniqlik, asoslilik, mantiqiylik, chuqurlik va refleksivlik bo‘yicha kuzatish imkonini beradi. Keyingi tadqiqotlar modelni pedagogik tajribada sinash va uning samaradorligini miqdoriy jihatdan aniqlashga qaratilishi lozim.

ADABIYOTLAR

1. Dewey, J. How we think: a restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. – Boston : D.C. Heath, 1933.

2. Ennis, R.H. A taxonomy of critical thinking dispositions and abilities // Teaching thinking skills: theory and practice / ed. by J.B. Baron, R.J. Sternberg. – New York : W.H. Freeman, 1987. – P. 9–26.

3. Facione, P.A. Critical thinking: a statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction (The Delphi Report). – Millbrae, CA : California Academic Press, 1990.

4. Freudenthal, H. Revisiting mathematics education: China lectures. – Dordrecht : Kluwer, 1991.

5. Halpern, D.F. Thought and knowledge: an introduction to critical thinking. – 5th ed. – New York : Psychology Press, 2014.

6. Lakatos, I. Proofs and refutations: the logic of mathematical discovery. – Cambridge : Cambridge University Press, 1976.

7. Paul, R., Elder, L. The thinker's guide to the art of Socratic questioning. – Dillon Beach, CA : Foundation for Critical Thinking, 2006.

8. Paul, R., Elder, L. Critical thinking: tools for taking charge of your learning and your life. – 3rd ed. – Boston : Pearson, 2014.

9. Polya, G. How to solve it. – Princeton : Princeton University Press, 1945.

10. Sfard, A. On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin // Educational Studies in Mathematics. – 1991. – Vol. 22, № 1. – P. 1–36.

11. Skemp, R.R. Relational understanding and instrumental understanding // Mathematics Teaching. – 1976. – Vol. 77. – P. 20–26.

12. Tall, D., Vinner, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity // Educational Studies in Mathematics. – 1981. – Vol. 12, № 2. – P. 151–169.

13. Vygotsky, L.S. Mind in society: the development of higher psychological processes. – Cambridge, MA : Harvard University Press, 1978.

14. Willingham, D.T. Critical thinking: why is it so hard to teach? // American Educator. – 2007. – Vol. 31, № 2. – P. 8–19.